MICROPROF Tanárverseny 2008
Megoldásvázlatok középiskolai tanárok részére

1. 3000 + 2000 + 4000 + 100 = 9100 liter. A

2. Egy vágás 2-vel növeli a részek számát. A növekedés 6 volt, így 3-at vágott el. C

3. 90 = 3·24 + 1·12 + 1·6, azaz 3 + 1 + 1 = 5 kartont kell venni. B

4. Összesen 1 km-t haladt délre és háromnegyed km-t erre merőlegesen.
Elmozdulása Pitagorasz-tétellel számolva $\sqrt{1^2+\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$ km. B

5. Percenként 24:4 = 6 l víz folyik bele, így 90:6 = 15 perc alatt telik meg. C

6. Ha mind kétágyas, 24 férőhely van. Még 8 hely kell, 8-ba kell még egy ágyat tenni. D

7. Az első helyen is különbözniük kell, max. 9-féle számjegy állhat itt. Pl: 111, 222, …, 999. C

8. Az egyes tagok utolsó számjegye rendre 5, 0 és 9, így az összegé 4. C

9. Egy téglalap kerülete 12 cm, a kettőé együtt 24, ebből 2 db 2 cm-es szakasz nem látszik. C

10. A lehetőségek száma $6\cdot 3=18$. Nem a bejárattól kérdezték! Csipetnyi gonoszság. C

11. A téglalap átlója az ismert pitagoraszi számhármasból 26 cm.
A háromszögek kerülete 60 cm, félkerülete így 30 cm, és mivel területe 120 cm^2,
így a beírt körök sugarai a $T=r\cdot s$ összefüggés alapján 4 cm-esek.
A két középpontot összekötő szakasz egy olyan derékszögű háromszög átfogója,
melynek befogói 2 cm és 16 cm, azaz az átfogó $\sqrt{2^2+16^2}=\sqrt{260}$ cm. C

12. Csak az E ábrán látható testet kaphatjuk. E

13. A végül 35 l festékből 9 + 5 = 14 l sárga, ez $\frac{14}{35}=\frac{2}{5}=0{,}4$ rész, azaz 40 %. C

14. Összesen 136 + 64 = 200 embert kérdeztek, ebből 200 – 96 = 104 férfi.
Az igennel válaszolók közül 136 – 58 = 78 férfi, ez a 104-nek 75 %-a. D

15. Kovács apuka 28 évvel van a család átlaga felett, a többiek 4-gyel alatta.
Ezek szerint a többiek 7-szer annyian vannak, anya és 6 gyerek. (Egyenlettel is lehet.) E

16. A nagy kocka éle, így a gömb átmérője 2 cm. Ez a kis kocka testátlója is,
azaz $a\cdot\sqrt{3}=2$, így $a=\frac{2}{\sqrt{3}}$ cm a kis kocka éle, ebből felszíne 8 cm^2. C

17. Legyen a kerület 12 egység. Ekkor a háromszög köré írt kör sugara $4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{\sqrt{3}}$,
a négyzethez tartozóé $3\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3}{\sqrt{2}}$. A területek aránya a sugarak négyzeteinek aránya. C

18. Az A betűk helyét $\binom{5}{2}=10$-féleképpen lehet kiválasztani, így a valószínűség 0,1. B

19. Abszolút érték nélkül: az x tengelyt 4-nél, az y tengelyt 3-nál metszi, így az első síknegyedből
levágott derékszögű háromszög területe 6. Ez igaz a többi síknegyedre is. D

20. Lerajzolva egy félszabályos háromszög keletkezik az ábrán, a szükséges elfordulás 60°. D

21. Ági és Miki születésnapja között páros sok nap van, így Ági páros napszámú hónapban született. Dani vagy Ágival egy hónapban, vagy Mikivel, vagyis vagy egy páros napszámú hónapban, vagy egy ilyent követőben született.
Dani csak olyan páratlan napszámú hónapban nem születhetett, ami előtt ugyanilyen volt, vagyis augusztusban és januárban. C

22. Az ábra 4 sarok, 4 oldal és 1 közép mezőből áll. Csoportosítsuk eszerint a színezéseket. Sarok-sarok típusú 2 van, sarok-oldal típusú 4, oldal-oldal típusú 2, végül közép-bármi típusú 2, ez összesen 10 eset. C

23. Mindketten 0 fejet $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$, mindketten 1 fejet $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{4}=\frac{2}{8}$ valószínűséggel dobnak. B

24. Az egyes tényezők csak ± 1, ± 3 és +5 lehetnek, így a betűk értéke 1, 3, 5, 7, 9. C

25. Rakjuk ki egy sorba a cukrokat, majd helyezzünk el közéjük két különböző helyre egy-egy ceruzát. Három kupacot kaptunk, a fiúk ábécé sorrendben elveszik a sajátjukat.
A felosztások száma $\binom{59}{2}=1711$. Ebből rossz és egyszer szerepel, amikor mindhárman 20-at kapnak, és háromszor, amikor ketten 1, 2, 3, …, 19, 21, 22, …, 29 darabot.
A jó esetek száma így $1711-1-3\cdot 28=1626$. B

26. Ha a harmadik tényezőből $x^k y^{n-k}$-t vesszük, akkor az elsőből x^{n-k}-t, a másodikból y^k-t kell.
Mindhárom együtthatója, kihasználva a Pascal-háromszög szimmetriáját, $\binom{n}{k}$,
így a keresett érték a Pascal-háromszög n-edik sorának köbösszege, most a negyediké. D

27. $k=1$ helyettesítéssel $a_{n+1}=a_n+n+1$, vagyis $a_n=1+2+3+...+n$. D

28. A belső pontot a csúcsokkal összekötve a háromszöget 3 háromszögre daraboltuk, ezek területének összege a háromszög területe:
$\frac{a\cdot 1}{2}+\frac{a\cdot 2}{2}+\frac{a\cdot 3}{2}=\frac{a\cdot\sqrt{3}}{4}$, ahonnan $a=4\sqrt{3}$.
Ebből a megoldásból is látszik és elemi úton is, hogy a szakaszok összege a magasság. D

29. Az egyenletet a-val, majd b-vel szorozva kiderül, hogy az a 14-nek, b 9-nek osztója.
Az így adódó 12 lehetséges számpárból 4 ad valóban megoldást. B

30. Összesen 21 pötty van, ebből 9 páratlan lapon, 12 pároson.
$\frac{9}{21}$ valószínűséggel törlünk páratlan oldalról, ekkor $\frac{2}{6}$ a páratlan dobás valószínűsége.
$\frac{12}{21}$ valószínűséggel törlünk páros oldalról, ekkor $\frac{4}{6}$ a páratlan dobás valószínűsége.
$\frac{9}{21}\cdot\frac{2}{6}+\frac{12}{21}\cdot\frac{4}{6}=\frac{11}{21}$ D