MICROPROF Tanárverseny 2008
Megoldásvázlatok általános iskolai tanárok részére

1.	$3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 4 = 40$	D
2.	Az A számjegy 3-as maradéka 1 kell legyen, csak a 4 ilyen.	C
3.	Egy nap $24 \cdot 3600 \approx 25 \cdot 4000 = 100000$ másodperc, ami felső becslés. Ez 10 nap, a pontos érték ennél kicsit több.	B
4.	$6 \cdot 4 = 24$, $24:8 = 3$.	C
5.	Ha kiveszi a 3 kéket, a negyedik biztosan piros.	D
6.	Minden információ kizár egy számot, végül csak egy marad.	B
7.	$253 = 11 \cdot 23$. Mivel 23 évesek nem lehetnek, 11 évesek, így 23-an vannak. Ideális létszám.	C
8.	A két szám csak a 999 és a 10 lehet.	C
9.	Kezdetben 2 és fél perc, most 2 perc a körideje, így fél percet javult.	A
10.	$2008 = 2^3 \cdot 251$, a 251 pedig prím.	A
11.	$3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ részt költ el, így $\frac{2}{5}$ rész marad.	C
12.	Tízben a tízeseknél, tízben az egyeseknél, ez 20, de a 77-et kétszer számoltuk, így 19.	D
13.	A magasság 5 cm, így Pitagorasz-tétellel a szár 13 cm.	C
14.	Nem igaz a B, mert Cili mindkét kutyától fél.	B
15.	Összesen 9000, amiben nincs nulla, az $9^4 = 81^2 = 6561$, van nulla $9000 - 6561 = 2439$-ben. elég volt észrevenni, hogy 81^2 utolsó számjegye 1, így a különbség 9-re végződik. Idő!	C
16.	Hetet.	B
17.	26-nak van nagytestvére, $12 + 19 = 31$, így $31 - 26 = 5$ gyereket számoltunk kétszer.	E
18.	Összesen $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$ asszó, így 15 győztes lesz. $4 + 3 + 2 + 2 + 2 = 13$, így $15 - 13 = 2$.	C
19.	Legfeljebb 57 lehet, legalább $57 + 62 - 101 = 18$, és $57 - 18 = 39$.	B
20.	A *B* jelű.	B
21.	Első a 200, aztán 202-től 209-ig 8 darab, tizedik a 220, majd 222-től kell még 6, így 227.	D
22.	Továbbjutók: TRI, FRA, GER, illetve GBR, JAM, AHO, AUS, JPN. Külsőre: GER, JPN.	D
23.	Akkor osztható 3-mal, ha az 1 vagy a 4 marad ki, ez az esetek fele.	C
24.	Arra kell ügyelni, hogy a kiválasztott számok egyforma paritásúak legyenek. Ezt megtehetjük $\frac{20 \cdot 9}{2} = 90$-féleképpen.	A
25.	Sorrend: E = 0, A = 1, B = 5, C = 4, végül D = 2. Valóban, $5240 + 5210 = 10450$.	A
26.	Az összeg nem nagyobb 18-nál, így csak 1, 4, 9 és 16 lehet. Írjuk fel ezeket a számokat, majd számoljuk meg. Összesen $1 + 4 + 9 + 3 = 17$ szám adódik.	C

27. $3^6 = 729 < 2008 < 2187 = 3^7$, így a keresett számok legfeljebb 7-jegyűek.
Kétjegyűből 2 van, a 11 és a 22.
A $2n$ jegyűből a $2n + 1$ jegyűeket megkapom, ha középre 0-t, 1-et vagy 2-t írok,
a $2n + 2$ jegyűeket pedig, hogy középre 00-t, 11-et vagy 22-t írok.
Vagyis háromjegyű és négyjegyű egyaránt $3 \cdot 2 = 6$ darab van,
ötjegyű és hatjegyű egyaránt $3 \cdot 6 = 18$ darab,
hétjegyű pedig $3 \cdot 18 = 54$ darab, összesen $2 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 18 + 54 = 104$ darab.
Ezek közül azonban rosszak a túl nagyok, mivel 2008 hármasban 2202101,
így túl nagyok: 2210122, 2211122, 2212122, 2220222, 2221222 és 2222222. A

28. Az átlag akkor és csak akkor lesz egész, ha a két szélső számjegy azonos paritású.
Az első számjegy lehet 9-féle, a második, vele azonos paritású 5-féle, ez $9 \cdot 5 = 45$ eset. D

29. Az első napon egy körlap, a többi napokon egy-egy körgyűrű területét legeli le a kecske.
Másként mondva az első n napon összesen n egységnyi területű körlapot legel le.
Hogy az első négy napon négyszer akkora területű kört legeljen le, az kell,
hogy a kör sugara a negyedik napon kétszer akkora legyen, mint az elsőn, azaz 4 m. A

30. Írjuk be az egyes mezőkbe, hogy oda hányféleképpen lehet eljutni.
Mivel mindenhova csak balról, fentről és a bal felső csúcs felől érkezhetek,
így az ilyen irányban lévő mezőkben lévő számok összege kerül egy mezőbe.
Ezt az eljárást végigírva kapjuk, hogy a lehetséges útvonalak száma 41. B